

Control de posición de alta precisión para un sistema electromecánico

Fernando Hurtado Leguízamo, Rafael Iriarte Vivar Balderrama, Úrsula Flores Gama

Facultad de Ingeniería - UNAM

Coyoacán DF 04510, México

leguizamo@gmail.com, ririarte@unam.mx, ursu.flores@gmail.com

Resumen—Este artículo aborda el problema relacionado con la presencia de perturbaciones desconocidas y de incertidumbres en los parámetros de una planta utilizada en la industria, en donde debido al desgaste de los mecanismos o a la inaccesibilidad para poder realizar mediciones resulta imposible contar con los datos exactos que se requieren para la correcta operación del control. Aplicaciones en la industria en el campo de manufactura por medio de máquinas herramientas o de robots industriales en general, son cada vez más sofisticadas y requieren de gran exactitud y precisión en la posición de sus mecanismos, lo cual lleva a buscar nuevas metodologías de control que además de robustas garanticen la precisión requerida. Aquí se presenta un control de posición PD adicionado de un algoritmo de control por modos deslizantes que alcanza el desempeño requerido.

Palabras clave: Actuadores, Modos deslizantes, Super Twisting, PID.

I. INTRODUCCIÓN

Actualmente el contexto industrial relacionado con el control de posición para motores eléctricos y servos, está en gran medida orientado a estructuras de controladores PID, los cuales funcionan adecuadamente para la mayoría de las aplicaciones basadas en el control de velocidad y/o posición en líneas de producción donde la estabilidad del sistema puede perderse debido la presencia de perturbaciones externas como pueden ser vibraciones, temperaturas, así como otros efectos que se presentan en el largo plazo (Siemens, 2009). En este sentido, hay pocas aplicaciones industriales en donde se hayan integrado nuevas estructuras de control, siendo aún menos aquellas que trabajan con los modos deslizantes debido al problema indeseable del *chattering* (V. Utkin y L. Hoon, 2006), sin embargo, en el artículo (J. Komsta, J. Adamy y P. Antoszkiewicz, 2010), se propone una técnica de control basada en los modos deslizantes de primer orden para *actuadores* electro-hidráulicos, los cuales son claramente no lineales. Siendo además, en el artículo citado, un reto adicional, el hecho de contar con cargas variables (este problema se presenta también en extrusoras o en máquinas de moldeo por inyección de plástico) en donde operan también este tipo de *actuadores*. Se mantiene entonces, una vez más, la necesidad de utilizar nuevas metodologías de mayor robustez. Por lo anterior, en este artículo se propone una metodología apoyada en los modos deslizantes de segundo orden (algoritmo Super

Twisting) y en el conocimiento y experiencia adquiridos por los ingenieros en el manejo de estructuras de controladores clásicos, de tal forma que pueda ser posible proponer una solución que incluya una estructura de control PD para generar la mejor trayectoria dinámica y al algoritmo Super Twisting, el cual entre otras ventajas, influye directamente en la reducción del *chattering* (V. Utkin, J. Guldner y J. Shi, 1999), manteniendo la robustez durante todo el proceso, logrando, además, resultados con alta precisión.

Por otro lado y adicionalmente al hardware encargado de monitorear y controlar los motores/servos (*actuadores*), se requiere del uso de sensores básicos de posicionamiento (encoders) y dependiendo de la complejidad del proceso, pueden también requerirse sensores de velocidad e inclusive de aceleración. Sin embargo, para ofrecer una solución competitiva dentro del mercado, resulta ser en la mayoría de los casos suficiente, además de económico, trabajar únicamente con la señal del encoder de posicionamiento, la cual puede ser procesada dentro del *actuador* para estimar la velocidad y/o aceleración en caso de ser necesario. En el desarrollo de este trabajo, se mostrará experimentalmente los beneficios de contar con un diferenciador exacto (A. Levant, 1998) para obtener señales más suaves en la estimación de la velocidad, influyendo directamente en el desempeño del controlador para lograr resultados realmente satisfactorios.

II. CASO DE ESTUDIO

Para estudiar las dinámicas activas de un sistema electromecánico, este artículo se basa en un sistema masa, resorte, amortiguador (véase Fig. 1). En donde p_1 y p_2 rep-

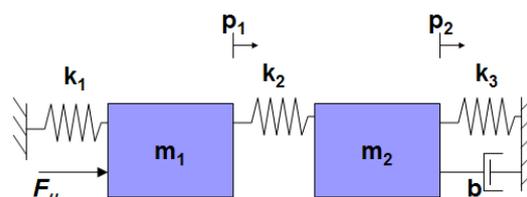


Figura 1. Diagrama de bloques del sistema masa-resorte-amortiguador

resentan la posición de las masas 1 y 2, respectivamente. De manera análoga, la velocidad de ambas masas estará dada por las derivadas de sus posiciones (\dot{p}_1 y \dot{p}_2). Finalmente, la aceleración de las masas resulta de la diferenciación de

sus velocidades (\dot{p}_1 y \dot{p}_2). Los valores de las constantes de los resortes están dados por k_1 , k_2 y k_3 . El valor de la constante de amortiguamiento se representa por b . La fuerza que actúa sobre el sistema proveniente del actuador (motor/servo) está dada por F_u , la cual es también la entrada del sistema.

Para la representación en espacio de estados

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (1)$$

$$y = Cx \quad (2)$$

se considera como vector de estados al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x_1 &= p_1 \\ x_2 &= \dot{p}_1 \\ x_3 &= p_2 \\ x_4 &= \dot{p}_2 \end{aligned} \quad (3)$$

La representación en espacio de estados del sistema (3) queda de la siguiente forma:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{(k_1+k_2)}{m_1} & 0 & \frac{k_2}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_2}{m_2} & 0 & -\frac{(k_2+k_3)}{m_2} & -\frac{b}{m_2} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Considerando que en el sistema sólo es posible medir de las posiciones x_1 y x_3 , la matriz C queda definida entonces:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Para efectos prácticos en el desarrollo de este trabajo, se tiene como finalidad la controlabilidad de una planta con incertidumbres en sus parámetros y en presencia de perturbaciones. Para lograr dicho propósito, se implementará un modelo matemático dividido en dos secciones. La primera sección sólo considerará parámetros de la primera masa (actuador, resorte k_1 y m_1), mientras que la segunda sección ω_1 será considerada como perturbación de parámetros desconocidos, tal y como se muestra en la Figura 2. De esta

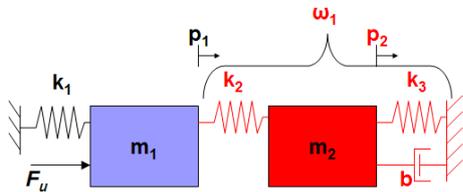


Figura 2. Diagrama de Bloques del Sistema dividido en dos secciones

forma el sistema que será implementado corresponde a la Figura 3.

en donde

$$\omega_1 = \frac{k_2}{m_1}(x_3 - x_1) \quad (6)$$

Las nuevas matrices A , B y C que serán consideradas para el resto de este trabajo son:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{m_1} & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m_1} \end{bmatrix}, C = [1 \ 0] \quad (7)$$

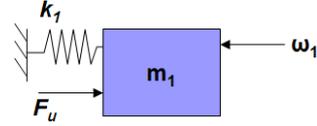


Figura 3. Diagrama de bloque reducido considerando perturbaciones

III. DISEÑO DEL CONTROLADOR

Sea la ley de control (J. Adamy, 2009)

$$u = \frac{v - \alpha}{\beta} \quad (8)$$

en donde v representa a un controlador PD (J. Komsta y J. Adamy y P. Antoszkiewicz, 2010) y (M. Pérez, J. Rocamora, J. Berná y J. Chica, 2003) de la forma

$$v = \ddot{y}_d + K_d \dot{e} + K_p e, \quad e = y_d - y \quad (9)$$

α y β son variables que dependen del grado relativo del sistema, y_d denota la posición demandada de la masa m_1 , y la posición medida y finalmente, K_d y K_p son constantes estrictamente positivas.

Para obtener el grado relativo del sistema debe derivarse la salida (2) tantas veces como sea necesario hasta obtener una relación directa con la entrada del sistema:

$$\ddot{y} = \dot{x}_2 = -\frac{k_1}{m_1}x_1 + \frac{1}{m_1}u \quad (10)$$

quedando entonces que $\ddot{y} = v$, $\alpha = -\frac{k_1}{m_1}x_1$ y $\beta = \frac{1}{m_1}$.

Sustituyendo 8 en (10)

$$\ddot{y} = \alpha + \beta \left(\frac{v - \alpha}{\beta} \right) = v \quad (11)$$

sustituyendo(9) en (11), se obtienen las dinámicas ideales de un sistema de segundo orden

$$\ddot{e} + K_d \dot{e} + K_p e = 0 \quad (12)$$

La ecuación (12) se identifica con un sistema de segundo orden, cuya frecuencia angular ω_n deseada en lazo cerrado y coeficiente de amortiguamiento ξ vienen dados por

$$K_p = \omega_n^2 \quad y \quad K_d = 2\xi\omega_n \quad (13)$$

A fin de validar que el algoritmo propuesto ofrece las dinámicas deseadas en lazo cerrado, la respuesta real del sistema será comparada con la respuesta ideal de un sistema de segundo orden $G(s)$, definido por la asignación de polos deseados

$$G(s) = \frac{K_p}{s^2 + K_d s + K_p} \quad (14)$$

Debido a las incertidumbres presentes en los parámetros de la planta, no es posible contar con un modelo exacto, por lo que en realidad se trabaja con un modelo aproximado representado por los términos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ y entonces existirá un

error de aproximación desconocida, pero con cotas evaluadas como

$$|\hat{\alpha} - \alpha| \leq \Delta\alpha \quad y \quad \left| \frac{\hat{\beta}}{\beta} \right| \leq \Delta\beta \quad (15)$$

Por razones del error estimado, una perturbación dinámica, desconocida pero acotada, $\Delta(x)$ aparece

$$\ddot{y} = v - \left(\hat{\alpha} \frac{\beta}{\hat{\beta}} - \alpha + v \left(1 - \frac{\beta}{\hat{\beta}} \right) \right) \quad (16)$$

$$\ddot{y} = v - \Delta(x), \quad |\Delta(x)| < \Delta_{max} \quad (17)$$

La meta ahora es estimar el error desconocido $\Delta(x)$ y generar una señal de compensación adecuada Δ_{comp} , la cual será definida más adelante

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= v - \Delta(x) + \Delta_{comp}, \quad \Delta_{comp} \rightarrow \Delta(x) \\ \dot{y} &\approx v \end{aligned} \quad (18)$$

Para fines de la estimación de la desviación dinámica, se recurre a la creación de sistema auxiliar virtual \dot{z}

$$\dot{z} = v - \Delta_{SMC} + \Delta_{comp} \quad (19)$$

Δ_{SMC} es una señal generada por el algoritmo Super Twisting. Δ_{comp} tomará dos casos: 1. Filtrando el Super Twisting $\Delta_{comp} = \frac{1}{T_s+1} \Delta_{SMC}$, $T \approx \sqrt{Tm}$, Tm es el tiempo de muestreo (A. Levant, 1993) y 2. Aplicando el Super Twisting directamente $\Delta_{comp} = \Delta_{SMC}$. La justificación para los dos casos depende del comportamiento de la superficie deslizante σ Figura 4 y de la magnitud de las perturbaciones existentes.

La ley de control que describe al término Δ_{SMC} (A. Levant, 1993), es la siguiente

$$\Delta_{SMC} = c|\sigma|^{\frac{1}{2}} sign(\sigma) + b \int sign(\sigma) dt \quad (20)$$

en donde $c = 1.5\sqrt{C}$, $b = 1.1C$, y $\varphi(y, \dot{y}, t)$ es el término de la perturbación y C una constante mayor o igual a la derivada de la perturbación.

Para este trabajo, se usará una versión modificada de la ley de control (20). Esta modificación consiste en agregar un término lineal ρ propuesto en (J. A. Moreno y M. Osorio, 2008), el cual permite que el sistema pueda hacer frente a perturbaciones de crecimiento lineal, las cuales no son soportadas por el algoritmo Super Twisting básico (20). Mejora el seguimiento de la trayectoria de una forma más exacta. También sirve para incrementar la ganancia cuando el sistema está lejos de la referencia, evitando que el sistema se vuelva inestable, lo cual es de suma importancia en *drives* de velocidad variable, en donde generalmente es más importante la estabilidad del control de lazo cerrado que la

exactitud (Siemens, 2009). Por lo tanto, la nueva ley de control modificada es:

$$u = c|\sigma|^{\frac{1}{2}} sign(\sigma) + b \int sign(\sigma) dt + \rho\sigma \quad \sigma = z - \dot{y} \quad (21)$$

en donde σ es la superficie deslizante, cuya dinámica queda expresada como:

$$\dot{\sigma} = \dot{z} - \ddot{y} = v - \Delta_{SMC} + \Delta_{comp} - v + \Delta(x) - \Delta_{comp} \quad (22)$$

$$\dot{\sigma} = \Delta(x) - \Delta_{SMC} \quad (23)$$

El comportamiento de las superficies deslizantes σ para ambos casos en ausencia de perturbaciones, se muestra en la Figura 4. El filtro funciona para que la superficie se mantenga lo más cerca posible de cero, evitando oscilaciones. Por otro lado, en la ausencia del filtro, la superficie se mantiene alrededor de cero pero con oscilaciones de una amplitud mayor, lo que afectará el comportamiento de la posición controlada y .

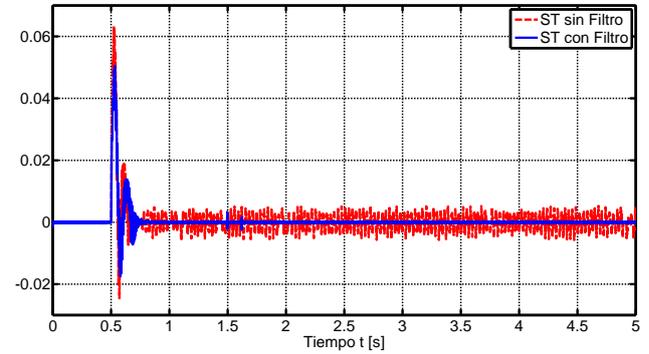


Figura 4. Superficie σ para Super Twisting con y sin filtro paso-bajas

IV. ESTIMACIÓN DE LA VELOCIDAD

La forma más sencilla de obtener la estimación de la velocidad es mediante una diferenciación numérica por medio del método de la secante (J. Komsta y J. Adamy y P. Antoszkiewicz, 2010)

$$\hat{y}(k) = \frac{[y(k) - y(k-i)]}{iT_p}, \quad i = 2 \quad y \quad T_p = 0.001 [s] \quad (24)$$

en donde i denota el número de períodos de muestreo de T_p que son requeridos para el proceso.

Por otro lado, el diferenciador de Levant (A. Levant, 1998) tiene como objetivo encontrar estimaciones robustas en tiempo real de la variable $y(t)$

$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= z_1 - \lambda_0 |z_0 - y(t)|^{\frac{1}{2}} sign(z_0 - y(t)) \\ \dot{z}_1 &= -\lambda_1 sign(z_0 - y(t)) \end{aligned} \quad (25)$$

en donde las constantes λ_0 y λ_1 son los parámetros de ajuste del diferenciador y z_1 la función diferenciada de interés, en este caso la *velocidad*. La técnica de ajuste para las ganancias del diferenciador de Levant quedan como:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 1.1M \\ \lambda_1 &= 1.5M^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (26)$$

en donde M es el valor máximo de la señal estimada.

La Figura 5 muestra el comportamiento de los diferenciadores comparados con la velocidad ideal de la función de transferencia $G(s)$. Por un lado, el método de la secante tiene un sobre paso en la señal estimada mayor al obtenido con el diferenciador de Levant, sin embargo, al detenerse el sistema la señal estimada por medio del diferenciador de Levant muestra oscilaciones, las cuales afectan negativamente la posición final del sistema al no permitir la convergencia a la posición deseada, alrededor de cero, mientras que el diferenciador numérico permanece en cero una vez que el sistema ha llegado a la posición deseada. De esta forma, el diferenciador propuesto obtiene la velocidad estimada con el diferenciador de Levant mientras el sistema está en movimiento y cambia al diferenciador numérico cuando la posición deseada ha llegado al 90% de su valor final.

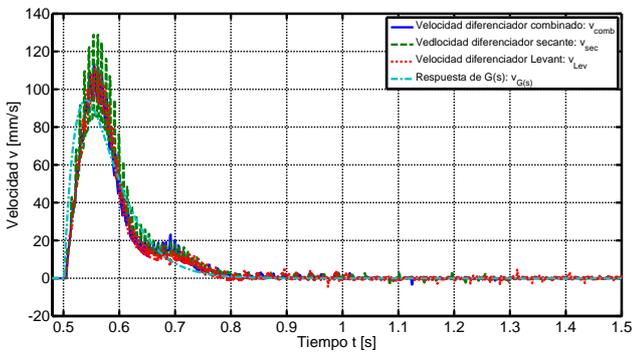


Figura 5. Velocidad estimada y respuesta simulada de $G(s)$

V. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con el fin de resaltar los resultados obtenidos experimentalmente, la metodología propuesta se compara contra un controlador PID de la forma

$$v = \ddot{y}_d + K_d \dot{e} + K_p e + K_i \int e dt, \quad e = y_d - y \quad (27)$$

en donde las ganancias K_p , K_i y K_d son sintonizadas utilizando el segundo método de sintonización de controladores PID de Ziegler-Nichols (K. Ogata, 2003). Los términos $K_{cr} = 2796$ y $P_{cr} = 0.2[s]$ se determinaron experimentalmente.

Los experimentos fueron realizados en el equipo 210 *Rectilinear Plant de Educational Control Products* (Figura 6). El sistema se compone de dos encoders que permiten

medir la posición de dos masas de manera independiente, un actuador, dos masas variables independientes, tres resortes y un amortiguador. El tiempo de muestreo $T_m = 1$ [ms], la posición deseada es 1 [cm] y los valores nominales del equipo son: $m_1 = 1.28[kg]$, $m_2 = 1.05[kg]$, $k_1 = 450[N/m]$, $k_2 = 175[N/m]$, $k_3 = 450[N/m]$ y $b = 15[N \cdot s/m]$

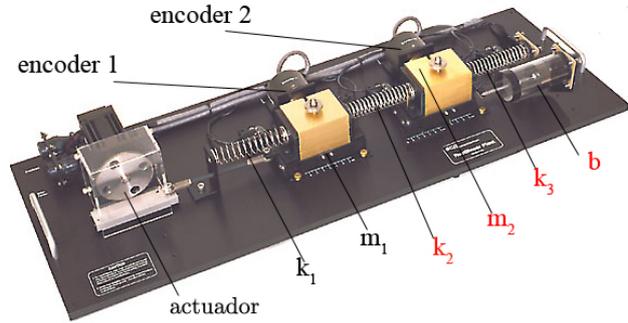


Figura 6. Sistema electromecánico 210 de ECP

Para encontrar las ganancias para (9), se parte de la función de transferencia $G(s)_{sis}$ del sistema reducido, Figura 3, donde se observa que la frecuencia natural ω_n del sistema está dada por

$$G(s)_{sis} = \frac{1}{s^2 + \frac{k_1}{m_1}}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad (28)$$

La configuración del sistema permite que las masas $m_{1,2}$ puedan variar entre $0.3 \leq m \leq 2.3$ [kg], la figura 7 muestra la gráfica que describe el comportamiento de la frecuencia natural del sistema en función de la masa m_1 .

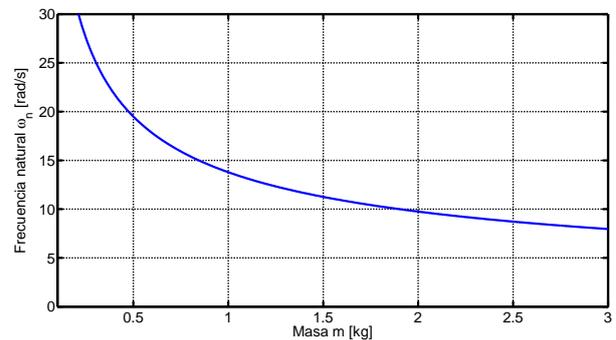


Figura 7. Frecuencia natural del sistema en función de la masa

La Figura 8 muestra el comportamiento dinámico de $G(s)$ dependiendo de la frecuencia natural del sistema. Como se puede apreciar, la respuesta más rápida corresponde cuando $\omega_n = 25.16[rad/s]$, misma que será elegida para la construcción del control PD . El coeficiente de amortiguamiento ξ se elige como 1, ya que se busca obtener una respuesta críticamente amortiguada para evitar el sobrepaso lo más posible. Sustituyendo los valores de

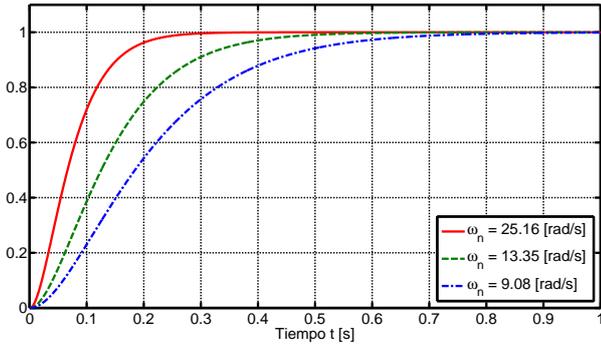


Figura 8. Respuesta escalón de $G(s)$ para distintos valores de ω_n .

$\omega_n = 25.16$ [rad/s] y $\xi = 1$ en (13), se obtiene $K_p=633$ y $K_d=50$.

Las Figuras 9, 10 muestran respectivamente la posición alcanzada y el error en el sistema con el control Super Twisting cuando no existen perturbaciones dinámicas en el sistema

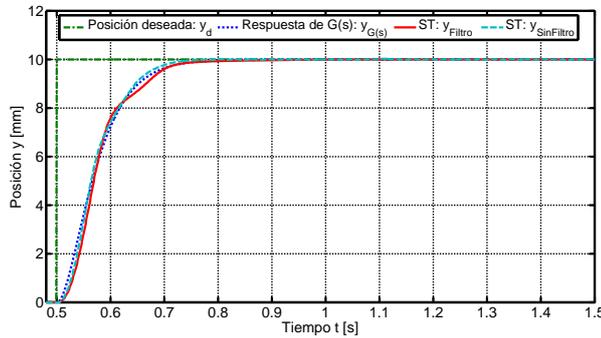


Figura 9. Referencia dada de 1 [cm]

En el acercamiento de la Figura 10 es posible apreciar que en estado permanente el Supert Twisting con filtro logra converger al valor deseado, mientras el otro se queda oscilando alrededor de cero.

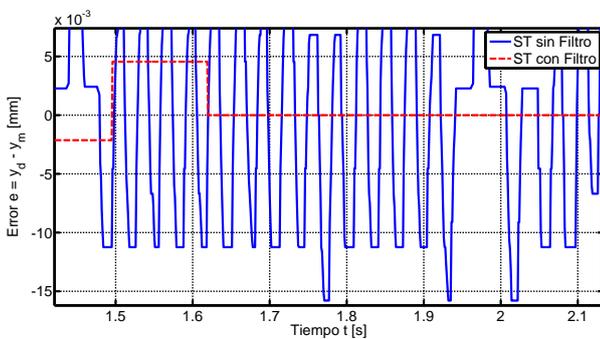


Figura 10. Zoom de la posición en la respuesta transitoria

Figura 11 muestra la posición alcanzada con el PID en condiciones iguales que las presentadas por el Super Twisting anteriormente y se aprecia inmediatamente el sobrepaso

correspondiente al controlador PID, mientras que el Super Twisting aparentemente sigue la trayectoria deseada. Se puede observar también que el controlador PID y el Super Twisting sin filtro no logran convergencia al valor deseado, sin embargo el Super Twisting con filtro sí lo consigue.

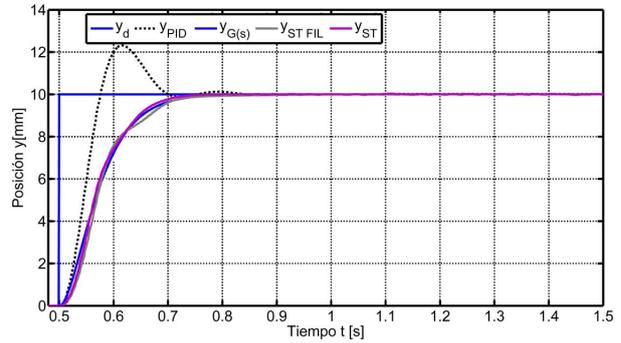


Figura 11. PID a una referencia de 1 [cm]

En el acercamiento de la Figura 12, se puede observar que el PID presenta un error en estado permanente igual a $2 \mu\text{m}$

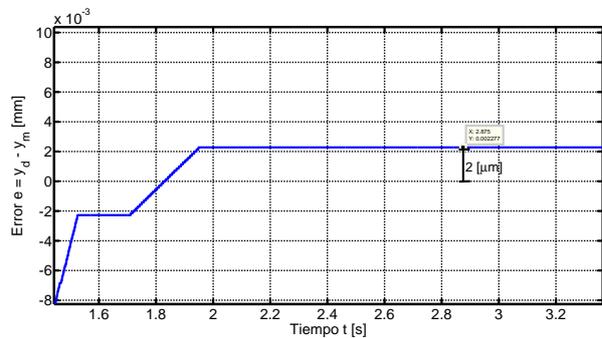


Figura 12. Zoom del error del PID a una referencia de 1 [cm]

Las señales del control u quedan como

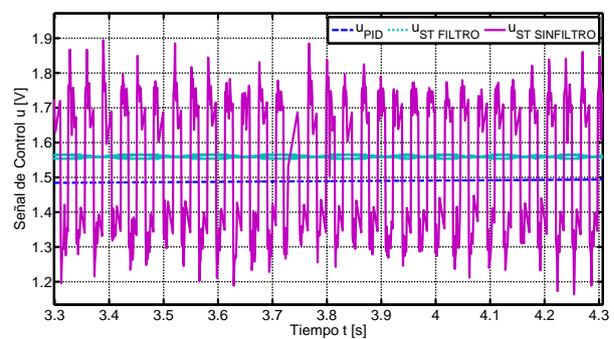


Figura 13. Control u

En contraparte, el desempeño de los controladores en presencia de perturbaciones de ± 2 [cm] se muestra en la Figura 14, 15

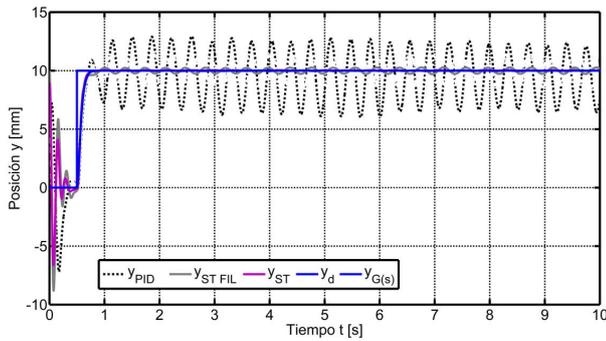


Figura 14. Respuesta escalon de 1 [cm] en presencia de perturbaciones

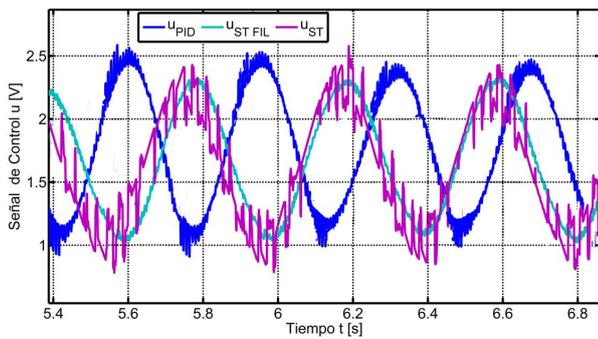


Figura 15. Zoom del control u

VI. CONCLUSIONES

Se logró controlar la posición en un equipo electromecánico sujeto a perturbaciones con crecimiento lineal e incertidumbre en sus parámetros utilizando solo un sensor de posición y estimando la velocidad por medio de diferenciadores robustos. Se presentaron resultados experimentales en donde se comparan las precisiones alcanzadas por el control de posición utilizando un control clásico PID y una acción PD más el algoritmo super twisting (con y sin filtro) de modos deslizantes, este último control tuvo un mejor desempeño, además de ser más robusto que el control PID.

REFERENCIAS

- Adamy, J. (2009). *Nichtlineare Regelungen*. Springer-Verlag, Berlin
- Komsta, J., Adamy, A. and Antoszkiewicz, P. (2010). Input-Output Linearization and Integral Sliding Mode Disturbance Compensation for Electro-Hydraulic Drives. *11th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)*, 446–451
- Levant, A. (1993). Sliding Order and Sliding Accuracy in Sliding Mode Control. *International Journal of Control*, 1247–1263
- Levant, A. (1998). Robust exact differentiation via sliding mode technique. *Automatica* vol. **34**, 379–384
- Moreno, J. A. and Osorio, M. (2008). A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers. *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, 2856–2861
- Ogata, K. (2003). *Ingeniería de Control Moderna*. Prentice Hall, México
- Pérez, M., Rocamora, J., Berná, J. y Chica, J. (2003). Control por linealización exacta entrada salida de un manipulador plano subactuado. *CEA-IFAC XXIV Jornadas de Automática*, 1–10
- Siemens (2009). *ABC of Drives, Converters for Three-Phase AC and DC Drives*. Siemens AG
- Utkin, V., Guldner, J. and Shi, J. (1999). *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. Taylor and Francis, London

Utkin, V. and Hoon, L. (2006). Chattering Problem in Sliding Mode Control Systems. *VSS06 International Workshop on Variable Structure Systems*, 346–350